Aula 13: Estruturas de dados básicas, parte 1

David Déharbe
Programa de Pós-graduação em Sistemas e Computação
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Informática e Matemática Aplicada

Download me from `http://DavidDeharbe.github.io`.

Plano da aula

Introdução

Pilhas

Filas

Filas de duas entradas

Motivação

- Diferentes aplicações computacionais utilizam matrizes e álgebra linear para modelar e calcular
  - previsão do tempo
  - engenho de busca
  - jogos
  - análise estática de programas
  - etc.
- Como representar uma matriz?

PPgSC

Motivação

- Diferentes aplicações computacionais utilizam matrizes e álgebra linear para modelar e calcular
  - previsão do tempo
  - engenho de busca
  - jogos
  - análise estática de programas
  - etc.
- Como representar uma matriz?
  - arranjo de arranjos
  - lista encadeada das entradas não nulas de cada linha e de cada coluna.
- Qual a melhor forma?

PPgSC

Motivação

- Diferentes aplicações computacionais utilizam matrizes e álgebra linear para modelar e calcular
  - previsão do tempo
  - engenho de busca
  - jogos
  - análise estática de programas
  - etc.
- Como representar uma matriz?
  - arranjo de arranjos
  - lista encadeada das entradas não nulas de cada linha e de cada coluna.
- Qual a melhor forma? Assume matrizes de dimensão n, sendo que a probabilidade de uma entrada ser 0 é p. Calcule:
  - Quantidade de espaço utilizado
  - Custo da multiplicação de duas matrizes

T_n e T_p são o tamanho da representação de um número e de um ponteiro.

PPgSC

Caracterização

Ref: Cormen et al. Capítulo 11.
Como implementar uma coleção homogênea de dados?

- coleção conjunto de dados armazenados
- Evolução dinâmica do conjunto armazenado
- homogênea todos os dados têm um mesmo tipo
- Todos os dados possuem uma chave
- Relação de ordem entre chaves

$$\forall x, y \cdot x < y \vee x > y \vee x = y$$

- Estrutura entre os dados
- Operações disponíveis e seu custo

PPgSC

Tipos e operações básicas

tipos
- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações

Tipos e operações básicas

tipos

- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações

- busca chave em coleção, retorna posição
  - da primeira ocorrência, ou
  - da primeira ocorrência a partir da posição dada, ou
  - da próxima ocorrência desde a última busca.

Tipos e operações básicas

tipos

- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações

- insere chave em coleção,
  - depois da posição dada, ou
  - antes da posição dada, ou
  - na posição correspondente ao invariante.

Tipos e operações básicas

tipos

- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações

- remove elemento da coleção
  - na posição dada, ou
  - com a chave dada, ou
  - o elemento correspondente ao invariante.

PPgSC

Tipos e operações básicas

tipos
- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações
- menor elemento da coleção.
- maior elemento da coleção.

Tipos e operações básicas

tipos

- chave
- dado
- coleção
- posição na coleção (iterador)

operações

- posição inicial na coleção.
- posição final na coleção.
- posição seguinte à posição dada na coleção.
- posição anterior à posição dada na coleção.
- n-ésima posição na coleção.

Pilhas

Pilhas


34
12
41
37
remover
12
41
37
inserir 25
25
12
41
37
inserir 9
9
25
12
41
37

Interface

Pilhas

- Tipos
  - chave, dado, coleção
- Operações
  - Inserção (*push*)
    - falha em pilha cheia
  - Remoção (*pop*)
    - elemento mais recentemente inserido (*LIFO*)
    - falha em pilha vazia
  - Acesso (*top*)
    - elemento mais recentemente inserido
    - falha em pilha vazia
  - Consultas ao estado
    - vazia
    - cheia

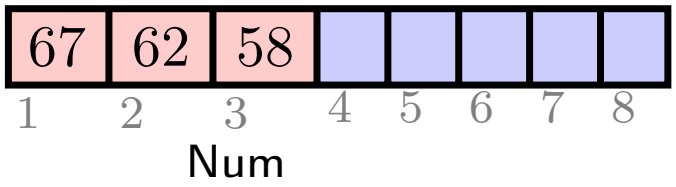
PPgSC

$P.Data$ // arranjo com os elementos na pilha
$P.Num$ // número de elementos na pilha
$P.Size$ // número máximo de elementos na pilha
$0 \leq P.Num \leq P.Size$

As posições de um arranjo são numeradas a partir de 1.

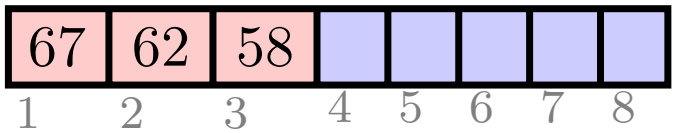
Simulação

Pilhas



Simulação

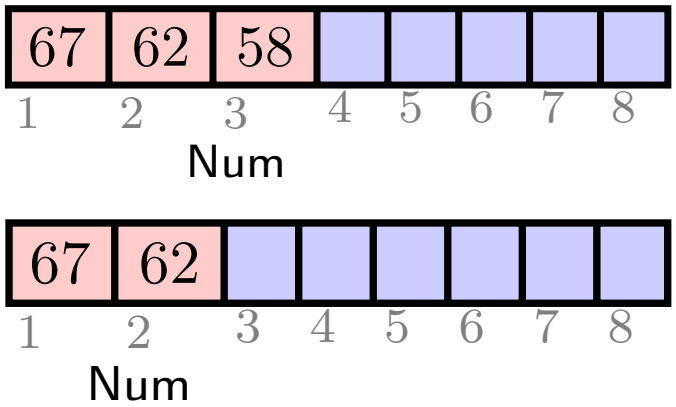
Pilhas



Pop

Simulação

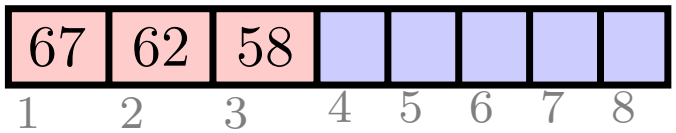
Pilhas



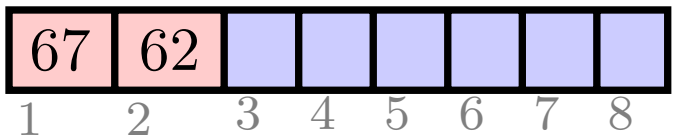
Pop

Simulação

Pilhas



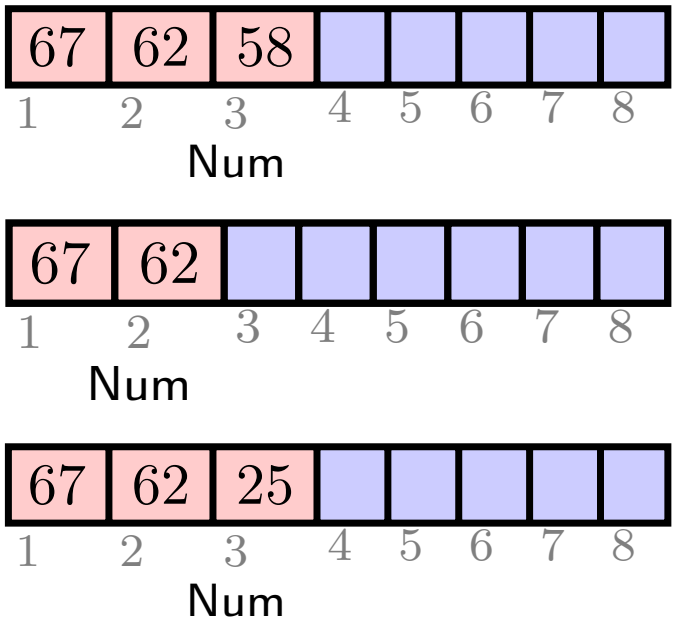
Pop



Push(25)

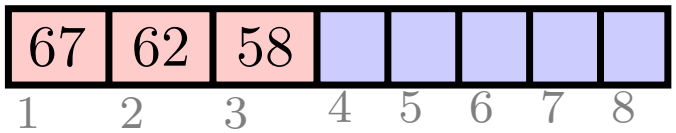
Simulação

Pilhas

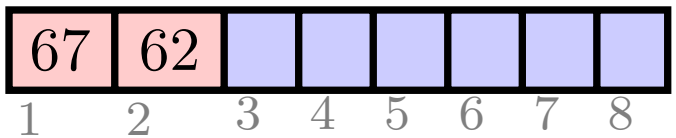


Simulação

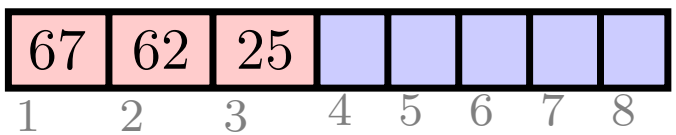
Pilhas



Pop



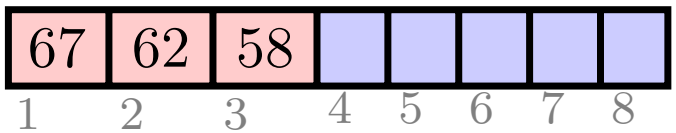
Push(25)



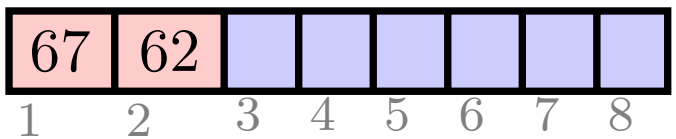
Push(9)

Simulação

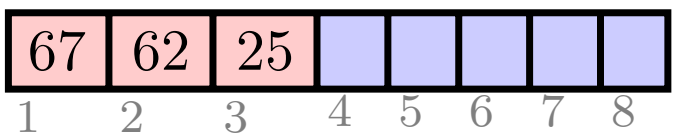
Pilhas



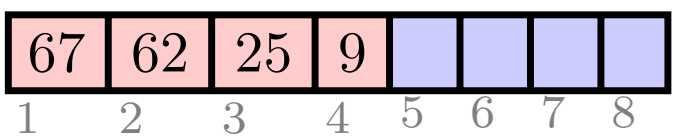
Pop



Push(25)



Push(9)

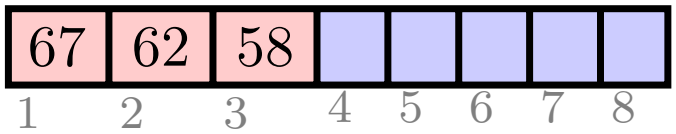


Pop

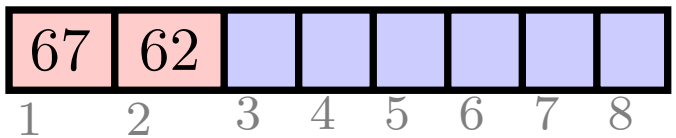
PPgSC

Simulação

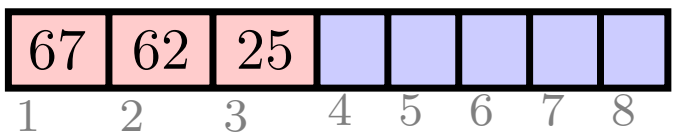
Pilhas



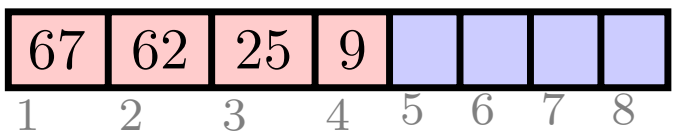
Pop



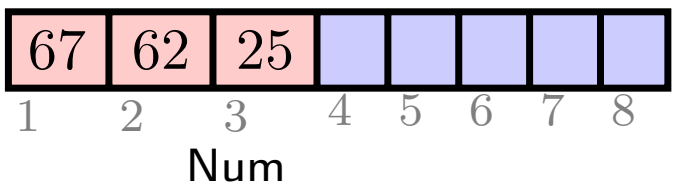
Push(25)



Push(9)



Pop



PPgSC

$\textsc{Init}(P)$

1 $\quad P.Num = 0$

$\textsc{Init}(P)$

1 $P.Num = 0$

$\textsc{Empty}(P)$

1 **return** $P.Num == 0$

```
INIT(P)
1   P.Num = 0

EMPTY(P)
1   return P.Num == 0

FULL(P)
1   return P.Num == P.Size
```

```
INIT(P)
1   P.Num = 0
```

```
EMPTY(P)
1   return P.Num == 0
```

```
FULL(P)
1   return P.Num == P.Size
```

```
TOP(P)
1   if P.Num > 0
2       return P.Data[P.Num]
```

INIT(P)

```
1  P.Num = 0
```

EMPTY(P)

```
1  return P.Num == 0
```

FULL(P)

```
1  return P.Num == P.Size
```

TOP(P)

```
1  if P.Num > 0
2        return P.Data[P.Num]
```

PUSH(P, v)

```
1  if P.Num < P.Size
2        P.Num = P.Num + 1
3        P.Data[P.Num] = v
```

```
INIT(P)
1   P.Num = 0
```

```
EMPTY(P)
1   return P.Num == 0
```

```
FULL(P)
1   return P.Num == P.Size
```

```
TOP(P)
1   if P.Num > 0
2       return P.Data[P.Num]
```

```
PUSH(P, v)
1   if P.Num < P.Size
2       P.Num = P.Num + 1
3       P.Data[P.Num] = v
```

```
POP(P)
1   if P.Num > 0
2       P.Num = P.Num − 1
```

Opcionais

Pilhas

- Tipos
  - iterador
- Operações
  - acesso à primeira posição da pilha;
  - acesso à última posição da pilha;
  - tamanho da pilha.
- Implementação
  - Redimensionamento dinâmico da capacidade

Filas

Filas

$\langle 34, 12, 41, 37 \rangle$

remover

Filas

	$\langle 34, 12, 41, 37 \rangle$
remover	$\langle 12, 41, 37 \rangle$
inserir 25	

Filas

	$\langle 34, 12, 41, 37 \rangle$
remover	$\langle 12, 41, 37 \rangle$
inserir 25	$\langle 12, 41, 37, 25 \rangle$
inserir 9	

PPgSC

Filas

	$\langle 34, 12, 41, 37 \rangle$
remover	$\langle 12, 41, 37 \rangle$
inserir 25	$\langle 12, 41, 37, 25 \rangle$
inserir 9	$\langle 12, 41, 37, 25, 9 \rangle$
remover	

PPgSC

Filas

	$\langle 34, 12, 41, 37 \rangle$
remover	$\langle 12, 41, 37 \rangle$
inserir 25	$\langle 12, 41, 37, 25 \rangle$
inserir 9	$\langle 12, 41, 37, 25, 9 \rangle$
remover	$\langle 41, 37, 25, 9 \rangle$

PPgSC

Filas

- Tipos
  - chave, dado, coleção
- Operações
  - Inserção (*enqueue*)
    - falha em fila cheia
  - Remoção (*dequeue*)
    - elemento com mais tempo na fila (*FIFO*)
    - falha em fila vazia
  - Acesso (*head*)
    - elemento com mais tempo na fila
    - falha em pilha vazia
  - Consultas ao estado
    - vazia
    - cheia

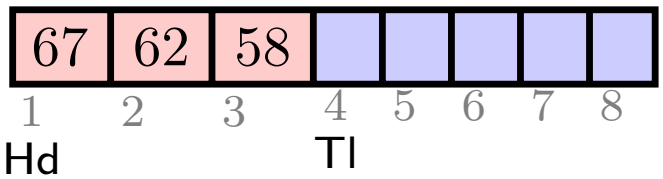
PPgSC

$Q.Data$ // arranjo com os elementos na fila
$Q.Hd$ // posição do primeiro elemento
$Q.Tl$ // posição do próximo elemento a entrar
$P.Size$ // número máximo de elementos na fila
$1 \leq Q.Tl \leq Q.Size$
$1 \leq Q.Hd \leq Q.Size$
$(Q.Tl - Q.Hd) \mod Q.Size = n$
// n sendo o número de elementos atualmente na fila.

- Posições ocupadas: $Q.Hd, Q.Hd + 1, \ldots Q.Tl - 1$.
- No máximo: a capacidade é $Q.Size - 1$.

Simulação

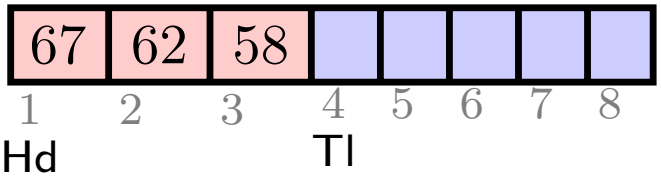
Filas



$\langle 67, 62, 58 \rangle$

Simulação

Filas

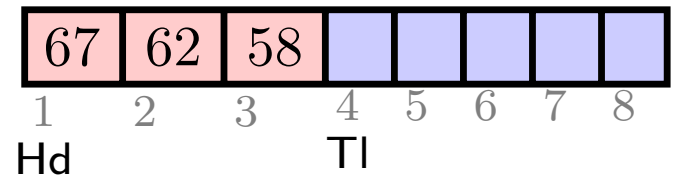


$\langle 67, 62, 58 \rangle$ *Dequeue*

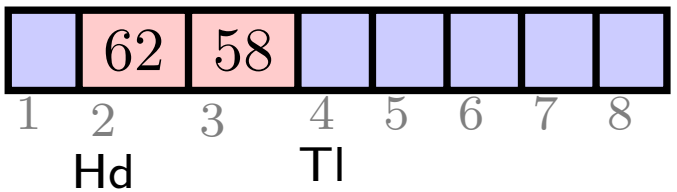
Simulação

Filas

$\langle 67, 62, 58 \rangle$



Dequeue

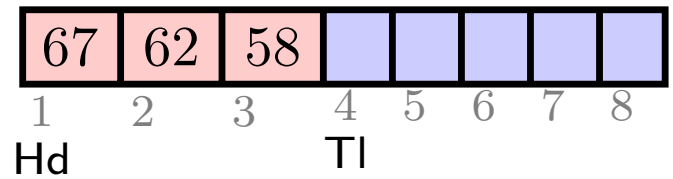


$\langle 62, 58 \rangle$

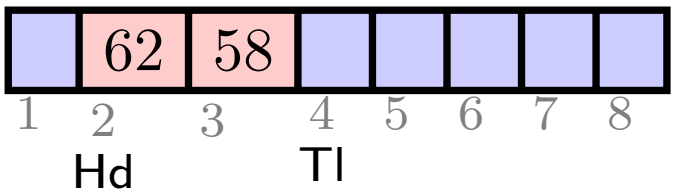
Simulação

Filas

$\langle 67, 62, 58 \rangle$



Dequeue

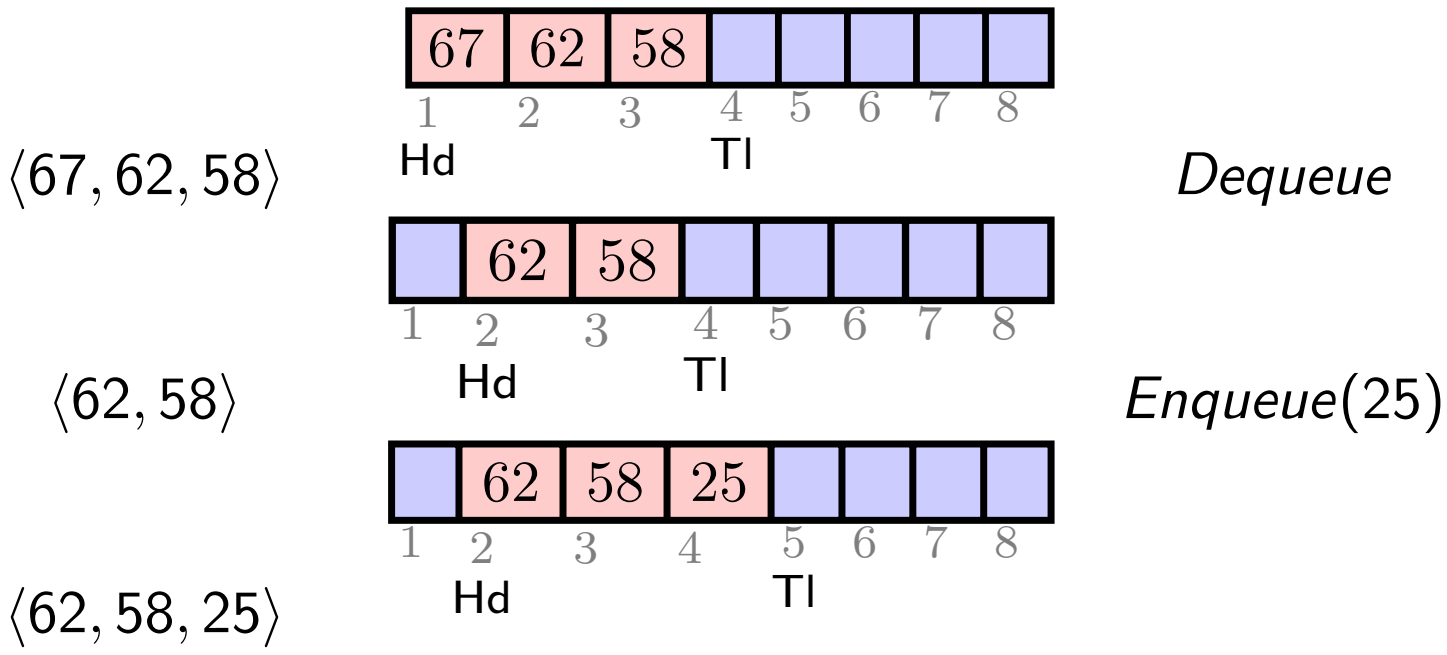


$\langle 62, 58 \rangle$

Enqueue(25)

Simulação

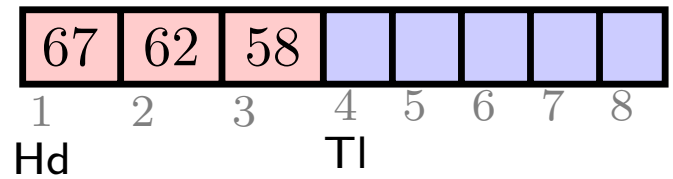
Filas



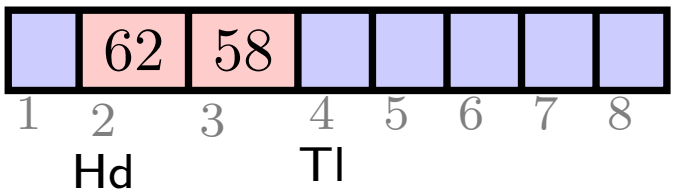
Simulação

Filas

$\langle 67, 62, 58 \rangle$

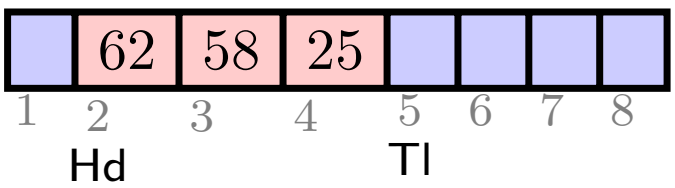


Dequeue



$\langle 62, 58 \rangle$

Enqueue(25)

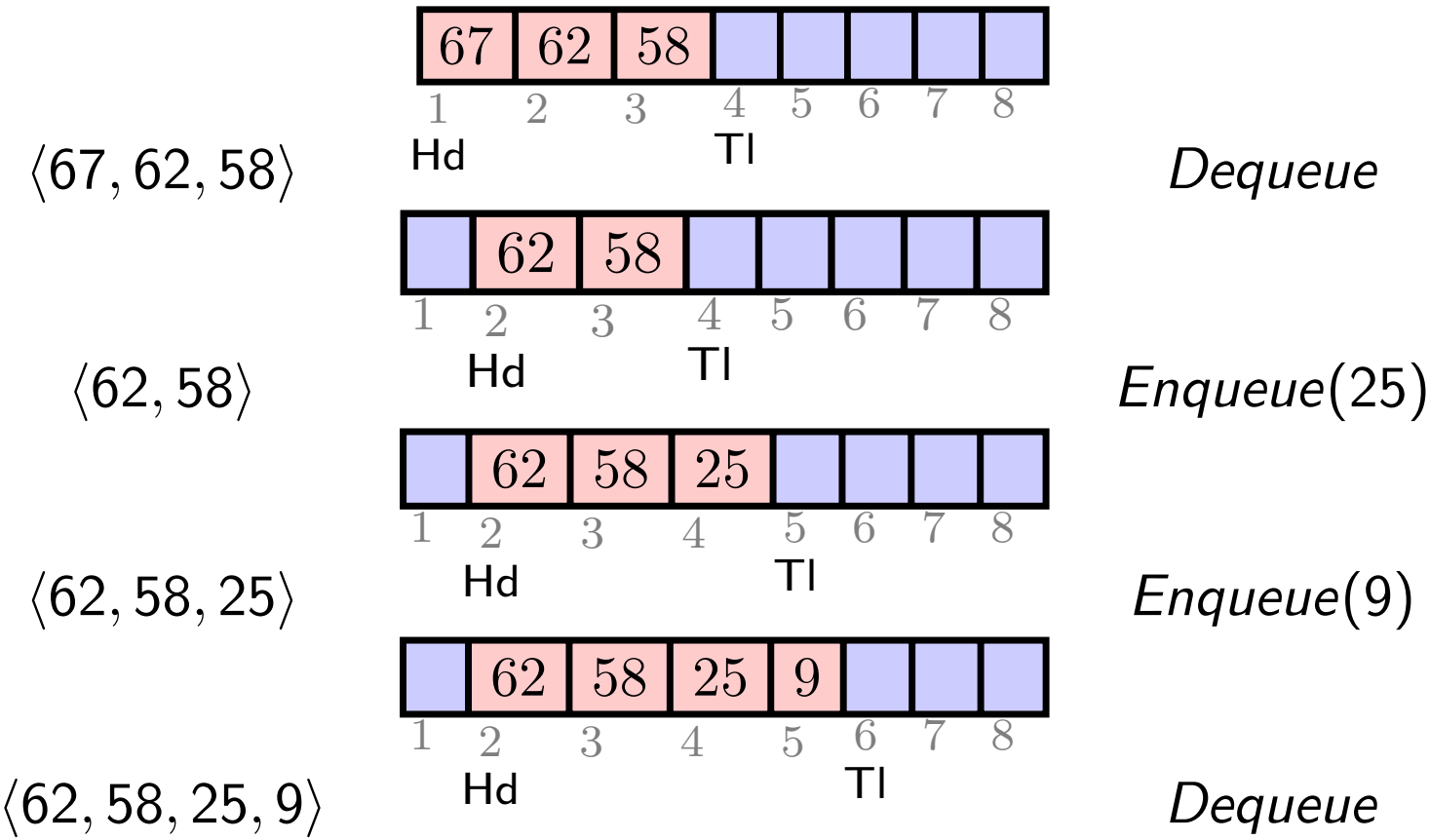


$\langle 62, 58, 25 \rangle$

Enqueue(9)

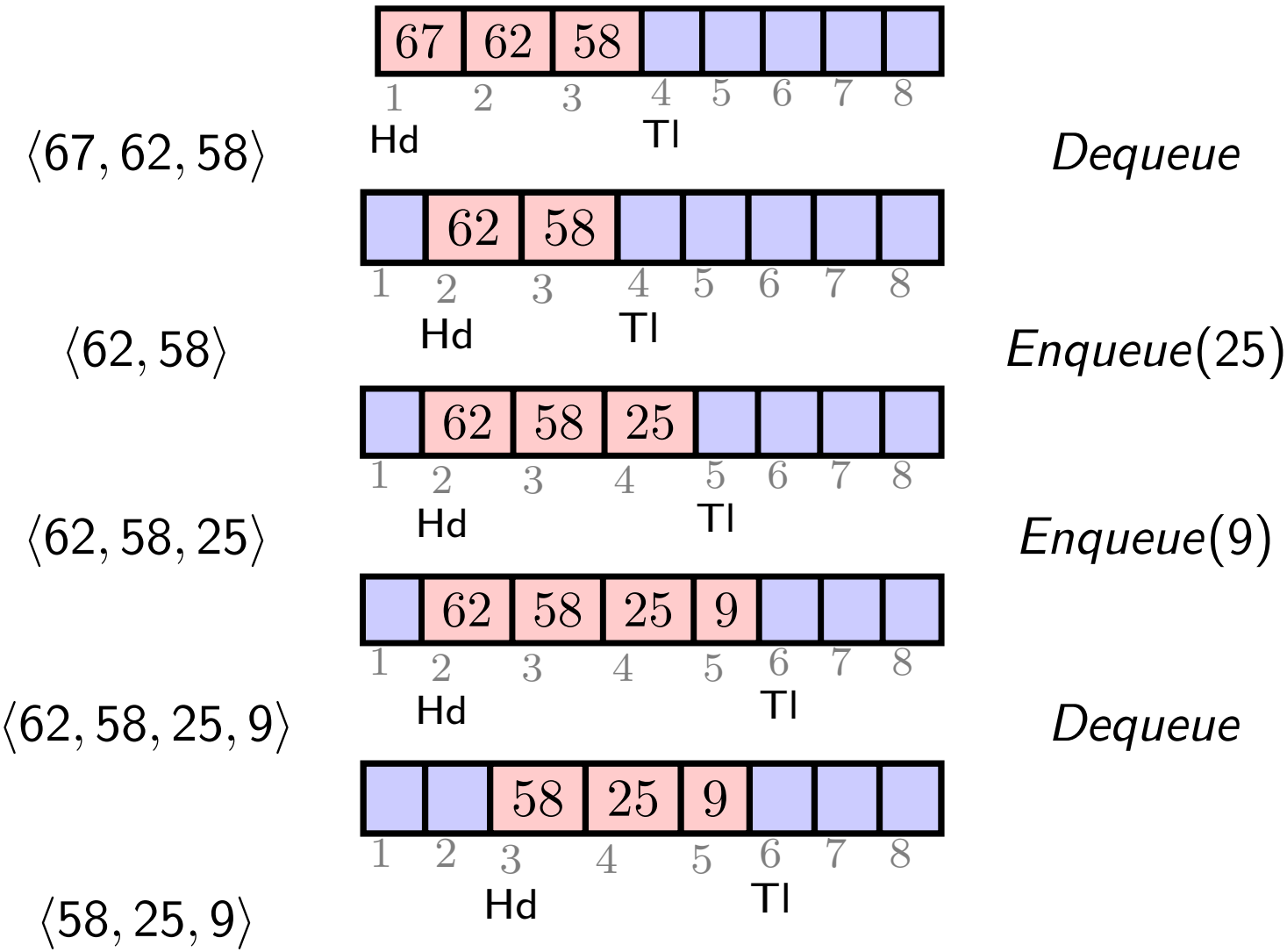
Simulação

Filas



Simulação

Filas



INIT(Q)

```
1  Q.Hd = 1
2  Q.Tl = 1
```

EMPTY(Q)

```
1  return Q.Hd == Q.Tl
```

FULL(Q)

```
1  return Q.Hd == Q.Tl + 1 or
2         (Q.Hd == 1 and Q.Tl == Q.Size)
```

```
HEAD(Q)
1  if not EMPTY(Q)
2        return Q.Data[Q.Hd]
```

```
ENQUEUE(Q, v)
1  if not FULL(Q)
2        Q.Data[Q.Tl] = v
3        Q.Tl = 1 + (Q.Tl  mod Q.Size)
```

```
DEQUEUE(Q)
1  if not EMPTY(Q)
2        Q.Hd = 1 + (Q.Hd  mod Q.Size)
```

Opcionais

Fila

- Tipos
  - iterador
- Operações
  - acesso à primeira posição da fila;
  - acesso à última posição da fila;
  - tamanho da fila.
- Implementação
  - Redimensionamento dinâmico da capacidade

Filas de duas entradas

- *Double-ended queue* (*deque*);
- inserção e remoção nas duas pontas da fila;
- acesso aos elementos nas pontas da fila;
- pode ser usada para representar fila e pilha.

PPgSC

Deque

- Tipos
  - chave, dado, coleção
- Operações
  - Inserção na cabeça (*push_front*) e na cauda (*push_back*)
    - falha em *deque* cheia
  - Remoção na cabeça (*pop_front*) e na cauda (*pop_back*)
    - falha em *deque* vazia
  - Acesso na cabeça (*front*) e na cauda (*back*)
    - falha em *deque* vazia
  - Consultas ao estado
    - vazia
    - cheia

PPgSC

Implementação

Deque

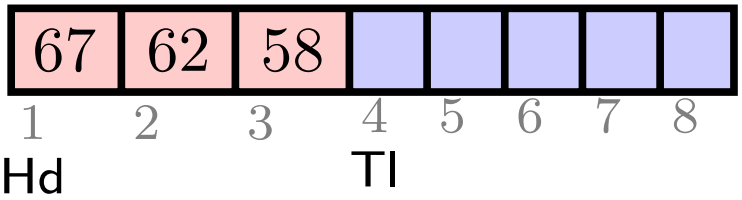
$Q.Data$ // arranjo com os elementos na pilha
$Q.Hd$ // posição do primeiro elemento
$Q.Tl$ // posição do próximo elemento a entrar
$P.Size$ // número máximo de elementos na pilha
$1 \leq Q.Tl \leq Q.Size$
$1 \leq Q.Hd \leq Q.Size$
$(Q.Tl - Q.Hd) \mod Q.Size = n$
// n sendo o número de elementos atualmente na fila.

- Posições ocupadas: $Q.Hd, Q.Hd + 1, \ldots Q.Tl - 1$.
- No máximo: a capacidade é $Q.Size - 1$.

PPgSC

Simulação

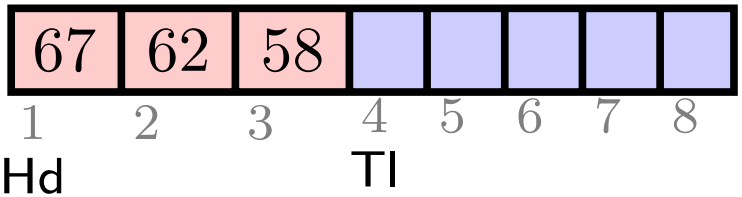
Deques



$\langle 67, 62, 58 \rangle$

Simulação

Deques

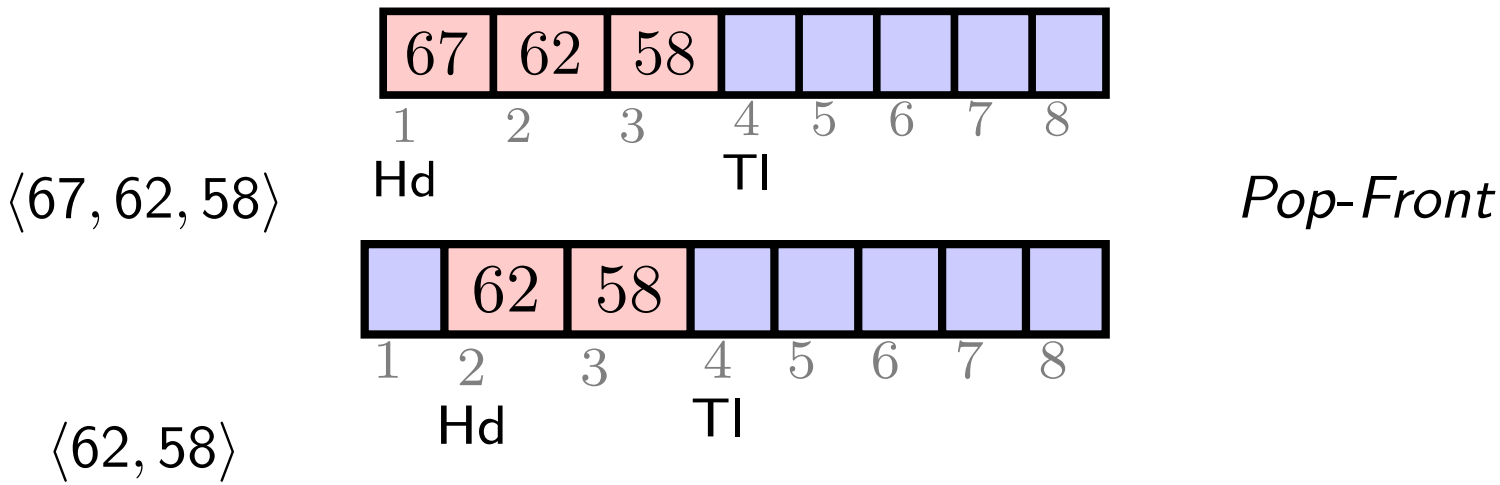


$\langle 67, 62, 58 \rangle$

Pop-Front

Simulação

Deques



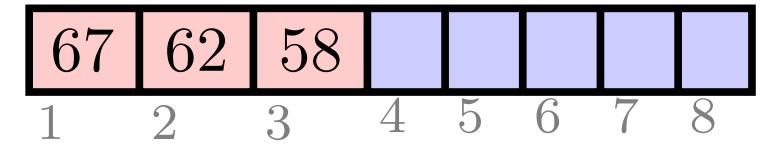
$\langle 67, 62, 58 \rangle$

Pop-Front

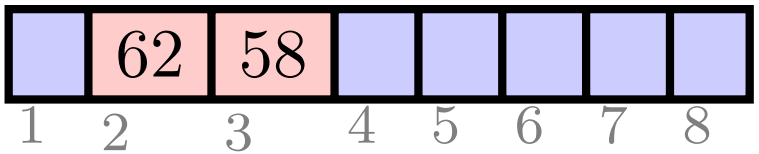
$\langle 62, 58 \rangle$

Simulação

Deques



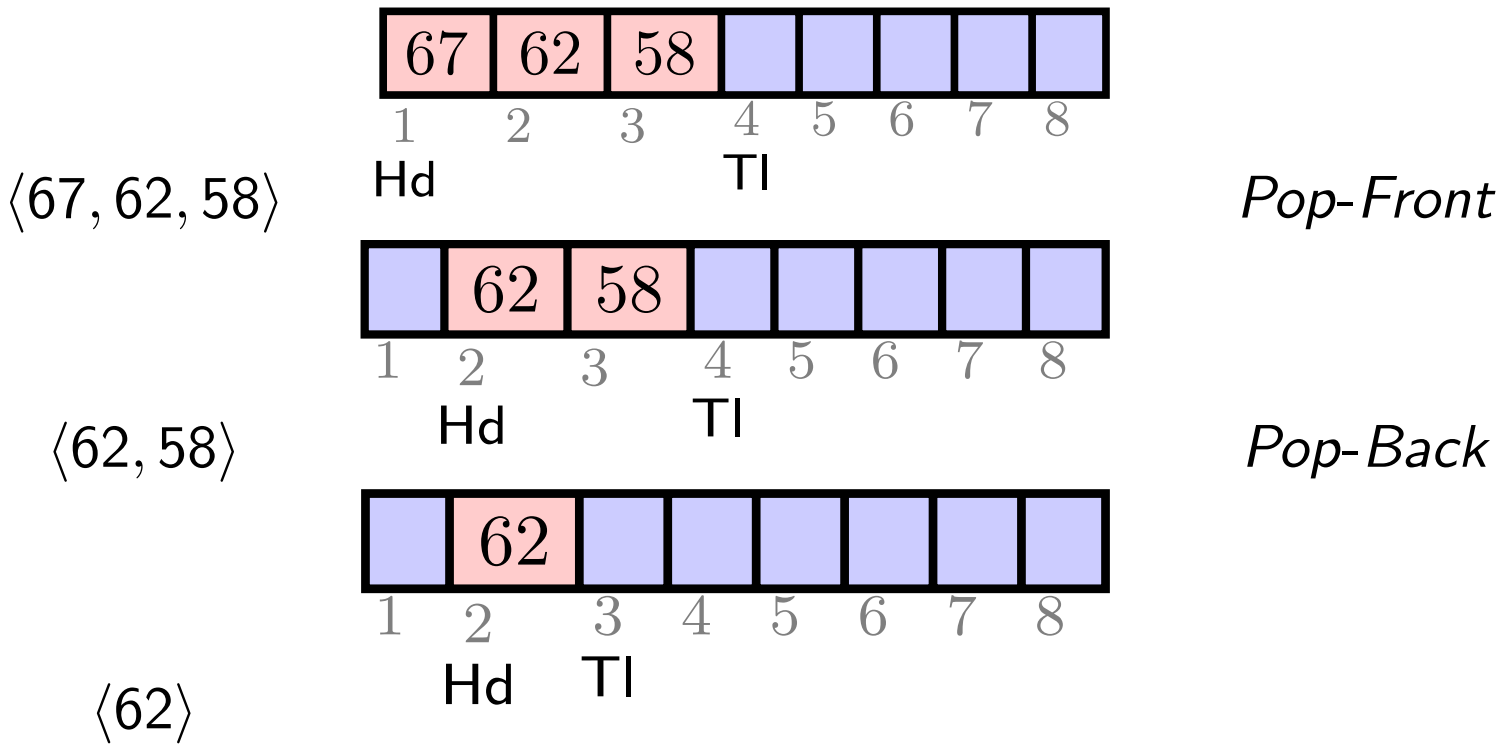
$\langle 67, 62, 58 \rangle$ *Pop-Front*



$\langle 62, 58 \rangle$ *Pop-Back*

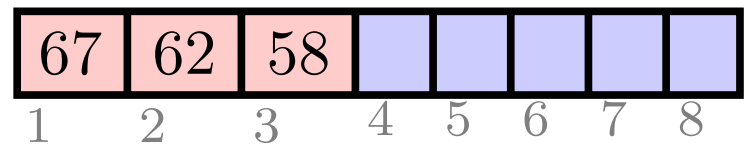
Simulação

Deques

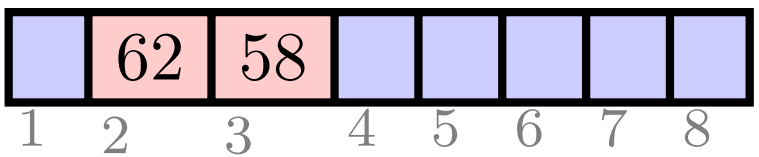


Simulação

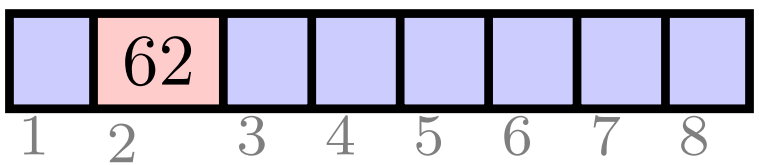
Deques



$\langle 67, 62, 58 \rangle$ *Pop-Front*



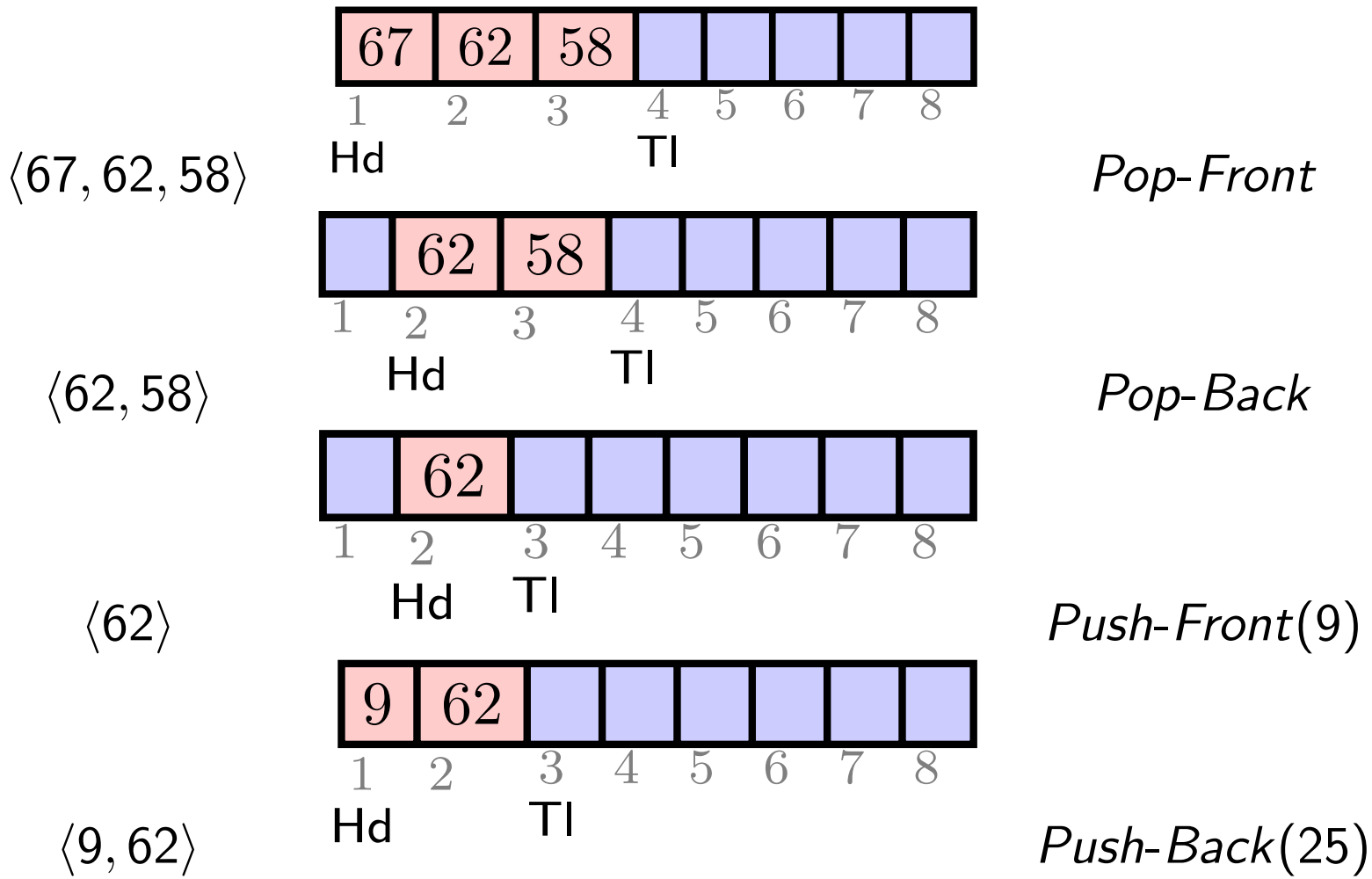
$\langle 62, 58 \rangle$ *Pop-Back*



$\langle 62 \rangle$ *Push-Front*(9)

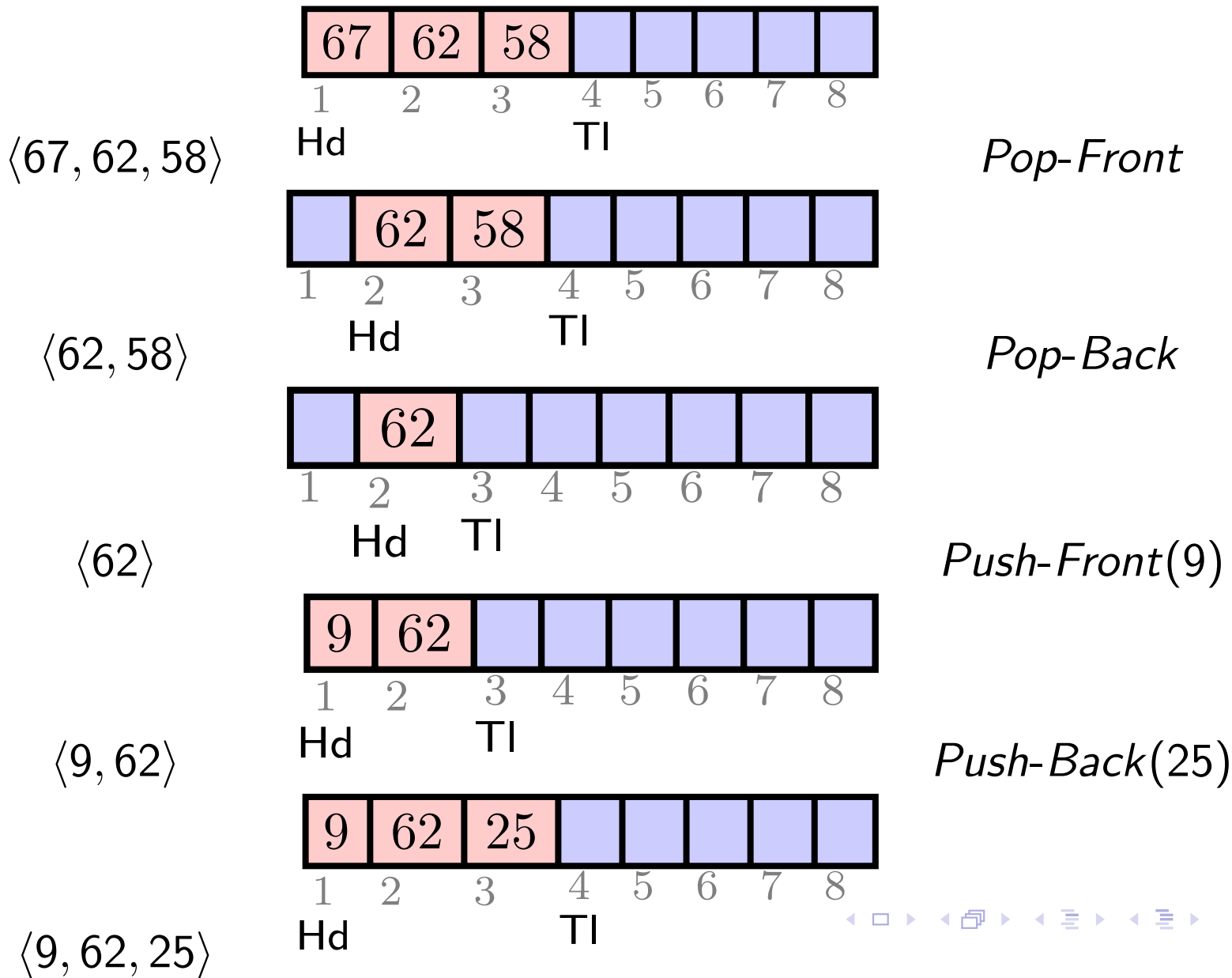
Simulação

Deques



Simulação

Deques



INIT(Q)

```
1  Q.Hd = 1
2  Q.Tl = 1
```

EMPTY(Q)

```
1  return Q.Hd == Q.Tl
```

FULL(Q)

```
1  return Q.Hd == Q.Tl + 1 or
2         (Q.Hd == 1 and Q.Hd == Q.Size)
```

FRONT(Q)

```
1  if not EMPTY(Q)
2        return Q.Data[Q.Hd]
```

PUSH-BACK(Q, v)

```
1  if not FULL(Q)
2        Q.Data[Q.Tl] = v
3        Q.Tl = 1 + (Q.Tl  mod Q.Size)
```

POP-FRONT(Q)

```
1  if not EMPTY(Q)
2        Q.Hd = 1 + (Q.Hd  mod Q.Size)
```

BACK(Q)

```
1  if not EMPTY(Q)
2        return Q.Data[Q.Tl]
```

PUSH-FRONT(Q, v)

```
1  if not FULL(Q)
2        Q.Data[Q.Hd] = v
3        if Q.Hd == 1
4              Q.Hd = Q.Size
5        else Q.Hd = Q.Hd − 1
```

POP-BACK(Q)

```
1  if not EMPTY(Q)
2        if Q.Tl == 1
3              Q.Tl = Q.Size
4        else Q.Tl = Q.Tl − 1
```

Exercícios

- É possível implementar as funcionalidades de fila utilizando pilha(s)? Se sim, como? Se não, por que?
- É possível implementar as funcionalidades de pilha utilizando fila(s)? Se sim, como? Se não, por que?
- É possível implementar as funcionalidades de deque utilizando pilha(s) e fila(s)? Se sim, como? Se não, por que?

PPgSC